RAPPELS DE MECANIQUE

1. EQUILIBRE D'UN SOLIDE

1.1. Equilibre en translation : **si** un solide, soumis à plusieurs forces $\vec{F_1}$, $\vec{F_2}$, $\vec{F_3}$, …. est en équilibre en translation ,

alors $\boxed{\Sigma \ \vec{F} = \vec{0}}$

Rq : pour un solide soumis à 3 forces non parallèles , ***les forces sont concourrantes*** (les droites d'action se coupent en un seul point) .

1.2. Equilibre en rotation : **si** un solide, soumis à plusieurs actions mécaniques (forces, moments) est en équilibre en rotation ,

alors $\boxed{\Sigma_{\mathbf{alg}} \ \mathbf{M}_{\mathbf{/axe}} = 0}$

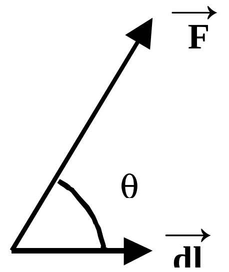
1.3. Théorème : un solide, soumis à plusieurs actions mécaniques, est en équilibre si et seulement si : $\Sigma \ \vec{F} = \vec{0}$ **et** $\Sigma_{\mathbf{alg}} \ \mathbf{M} = 0$

Rq : si un corps est en équilibre, les 2 conditions sont vérifiées simultanément .

1.4. Résolution d'un problème de mécanique :

DEMARCHE à suivre :
* définition du système étudié :
* bilan des forces extérieures, des moments s'exerçant sur le système
* écriture des lois de l'équilibre
* résolution mathématique

2. TRAVAIL D'UNE FORCE - PUISSANCE



2.1. Définition : le travail élémentaire d'une force $\vec{F}$ pendant un trajet $\vec{dl}$ est égal à : $dW = \vec{F} \cdot \vec{dl}$

$dW = F \cdot dl \cdot \cos\theta$ UNITE SI : **Joule** [J]

(c'est un produit scalaire)

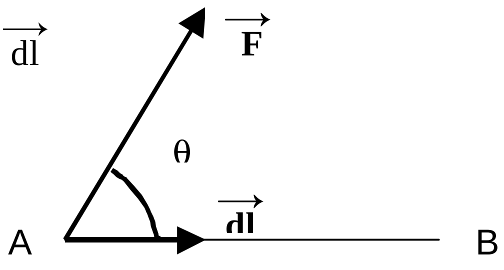
Remarque : le travail est une grandeur algébrique :

* si $0 < \theta < 90°$ alors $\cos\theta > 0$ donc $dW > 0$ Travail MOTEUR
* si $\theta = 90°$ alors $\cos\theta = 0$ donc $dW = 0$ Travail NUL
* si $90° < \theta < 180°$ alors $\cos\theta < 0$ donc $dW < 0$ Travail RESISTANT

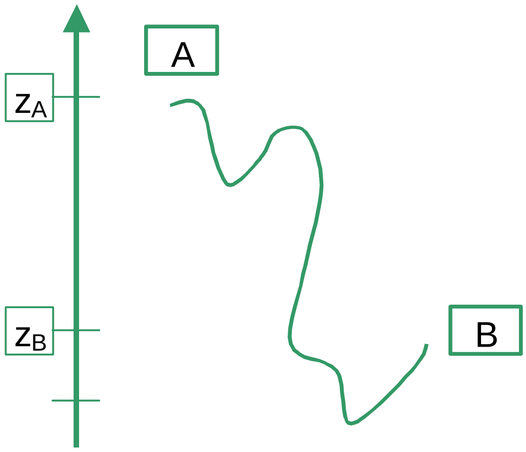
2.2. Force constante - Trajet rectiligne : $dW = \vec{F} \cdot \vec{dl}$

$$W = \int_A^B \vec{F} \, \vec{dl} = \vec{F} \cdot \int_A^B \vec{dl}$$

$W = \vec{F} \cdot \vec{AB}$ $\boxed{\mathbf{W = F \cdot AB \cdot \cos\theta}}$



2.3. Travail du poids d'un corps :



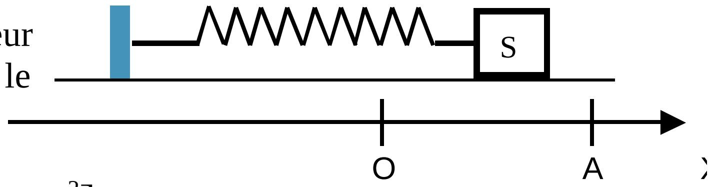
La force est constante : $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$
Un trajet quelconque peut toujours se décomposer en une suite de petits trajets verticaux et horizontaux.

Lorsque le mobile se déplace horizontalement : $\vec{P}$ est perpendiculaire au déplacement donc le travail correspondant est nul.
Le travail du poids d'un corps se résume donc à un changement d'altitude :

$$\boxed{W_P = -m\,g\,\Delta z}$$

Remarque : * si le corps monte, alors $\Delta z > 0$ et $W_P < 0$: travail résistant
* si le corps descend, alors $\Delta z < 0$ et $W_P > 0$: travail moteur
* si le corps reste sur une horizontale : $\Delta z = 0$ et $W_P = 0$: travail nul

2.4. Travail d'une force élastique :



Quand on comprime ou étire un ressort de raideur k d'une distance x , alors la force exercée par le ressort peut s'écrire : $F = -k \cdot x$
Le travail peut donc se calculer :

$dW = -k\,x\,dx \quad \Rightarrow \quad W = \int_0^{x_A} -k\,x\,dx = \left[-\dfrac{k\,x^2}{2}\right]$ à prendre entre O et x_A .

Donc : $$\boxed{W_{res} = -\frac{k\,{x_A}^2}{2}}$$

Remarque : Le travail de la force exercée par un ressort est toujours RESISTANT : si on comprime ou si on étire un ressort, celui-ci s'opposera à ce déplacement : $W_{res} < 0$

2.5. PUISSANCE : $\boxed{P = \dfrac{W}{t}}$ Unité SI : **Watt [W]**

3. ENERGIE

Définition : un corps ou un système possède de l'énergie lorsqu'il est suceptible de fournir du travail ou de la chaleur.

3.1. Energie cinétique : c'est l'énergie liée à la vitesse . Un corps, de masse m , qui se déplace en translation avec une vitesse v , possède l'énergie suivante :

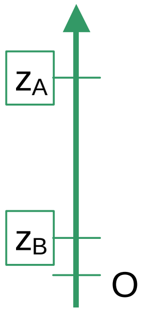
$$\boxed{E_c = \frac{1}{2}\,m\,v^2}$$

UNITE SI : E_c en **[J]** m en **[kg]** v en **[m.s^{-1}]**

3.2. Energie potentielle : c'est l'énergie liée à la forme, à la position ou la situation d'un corps, d'un système.

<u>Energie potentielle de pesanteur</u> :
c'est l'énergie liée au poids
du corps et à son altitude :

$$\boxed{E_p = m\,g\,z}$$



<u>Energie potentielle élastique</u>
c'est l'énergie que possède un ressort comprimé ou étiré d'une longueur x :

$$\boxed{E_p = \frac{1}{2} k\, x^2}$$

3.3. <u>Energie mécanique</u> :

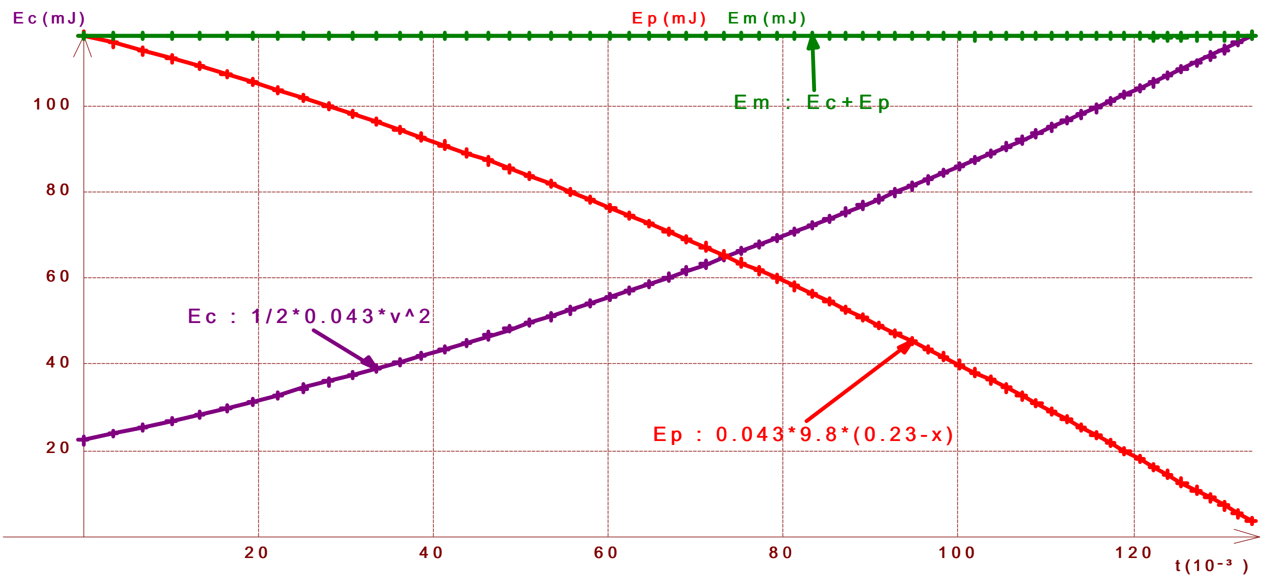
$$\boxed{E_m = E_c + E_p}$$

* <u>Définition</u> :

* <u>Cas des forces conservatives</u> : ce sont des forces pour lesquelles le travail ne dépend pas du chemin suivi, mais uniquement de l'état initial et de l'état final : c'est le cas du poids et de la force élastique d'un ressort.

Exemple : Chute libre d'un corps : cf courbe traitée en TP

- ***au départ*** (vitesse initiale nulle) : Ec = 0 Ep = m g z_{max}
  Em = Ec + Ep = m g z_{max}
- ***en cours de chute*** **:** v augmente $\Rightarrow$ Ec augmente et z diminue $\Rightarrow$ Ep dimine
  mais **<u>Em = Ec + Ep = constante</u>**
- ***en fin de chute*** **:** z = 0 donc Ep = 0 et v = v_{max} Em = Ec + Ep = $\frac{1}{2} m\, v_{max}^2$



Application : calcul de la vitesse d'un corps après une chute d'une hauteur h = 10 m .
Em = Cte = Ep_{max} = Ec_{max}

$\Rightarrow$ $m\,g\,z_{max} = \frac{1}{2} m\, v_{max}^2$ $\Rightarrow v_{max} = (2\ g\ z_{max})^{1/2} = 14{,}1\ m.s^{-1}$

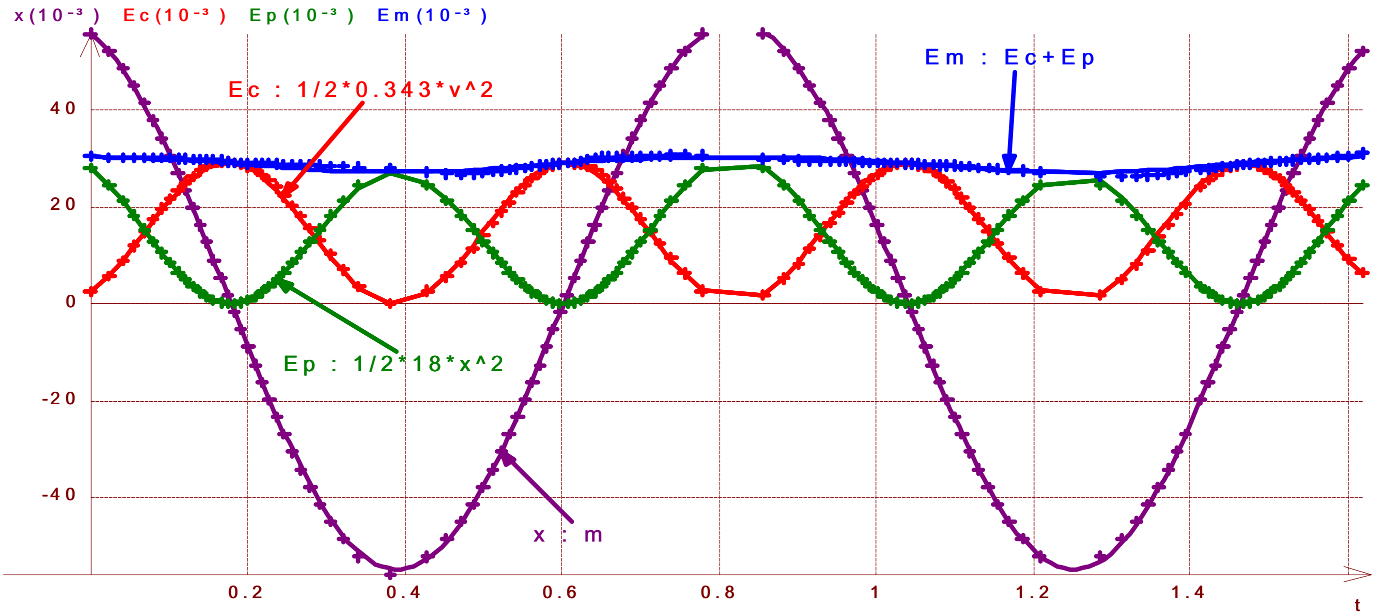
* <u>Cas des frottements</u> : le système perd de l'énergie Em : Elle est transformée en chaleur.

3.4. <u>THEOREME de l'ENERGIE CINETIQUE</u> : **la variation d'énergie cinétique d'un corps entre 2 instants est égale à la somme algébrique des travaux des forces extérieures s'exerçant sur lui entre ces 2 instants** :

$$\boxed{\Delta Ec = Ec_f - Ec_i = \Sigma_{alg}\, W_{Fext}}$$

MOUVEMENT NON AMORTI (sans frottement)

Em = Constante



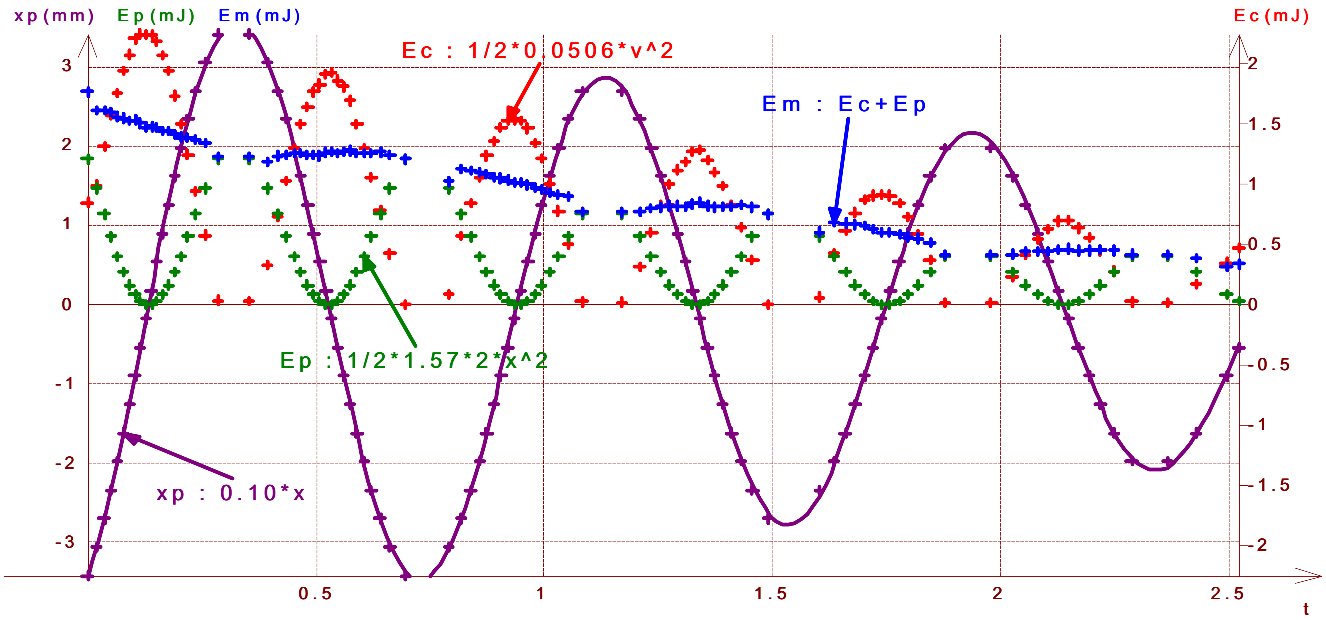
x(t)=a*cos(2*π*t/T+…)+xo

Ecart relatif x(t)= **0.84 %** a=56.5 ±0.09 10^{-3} m T=861 ±0.3 10^{-3} s

xo=1.62 ±0.05 10^{-3} m

MOUVEMENT AMORTI (par frottement solide)

Em diminue



xp(t)=ao*(1-b*t)*cos(6.28*t/T+ϕ)+xo

Ecart relatif xp(t)= **1.7 %** ao=-3.97 ±0.02 mm b=216 ±3 10^{-3}

T=804.9 ±0.4 ms xo=-129.00 ±6.10 µm